

Solutions to Quiz 6

1. 頂点数が 8 の木について次の問に答えよ。Consider trees with 8 vertices.

(a) 7 頂点の次数が 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1 であるとき残りの一つの頂点の次数はいくつか。What is the degree of the remaining vertex if the degrees of seven vertices are 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1?

解: 8 点の木の辺の数 e は 7 で、各頂点の次数の総和は辺の数の 2 倍だから、残りの頂点の次数を x とすると

$$2 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + x = 2 \cdot 7.$$

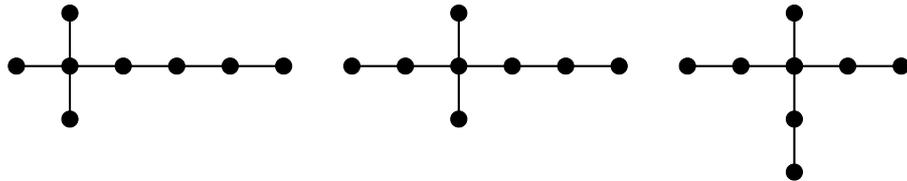
簡単にすると

$$10 + x = 14$$

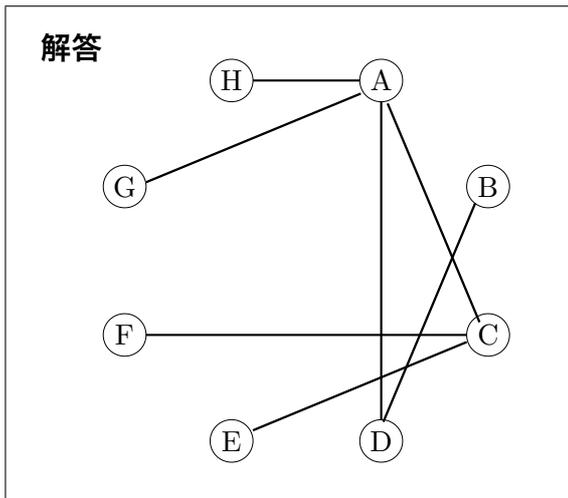
したがって、残りの頂点の次数は 4 である。 ■

(b) 前問の条件を満たす (同型でない) 木が 3 種類ある。これらを図示せよ。Depict three non-isomorphic trees satisfying the condition in the previous problem.

解: 次数が 1 の頂点は、それ以外に隣接する頂点がないのだから、これをのぞき、他の頂点の次数は 4, 2, 2, 2 これらがどのように隣接するかにより、以下の 3 種類となる。



2. A, B, C, D, E, F, G, H の 8 地点を結ぶ (間接でも良い) ネットワークでコスト最小のものを作りたい。2 地点間を結ぶコストは下の表のように与えられているとき、そのネットワークを下図に示し、コスト合計を書け。Find a most inexpensive network connecting A, B, C, D, E, F, G, H and its total cost by referring to the cost table below.



Cost Table

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	-	3	<u>1</u>	<u>2</u>	3	5	<u>2</u>	<u>3</u>
B	3	-	4	<u>2</u>	3	4	2	4
C	1	4	-	4	<u>2</u>	3	2	3
D	2	2	4	-	<u>2</u>	4	3	5
E	3	3	2	2	-	<u>3</u>	4	4
F	5	4	3	4	3	-	3	3
G	2	2	2	3	4	3	-	4
H	3	4	3	5	4	3	4	-

Total Cost: 15 units

Connected であって、Total Cost が 15 であれば、上の Tree と同じでなくても正解です。ただし、その場合、必ず Tree となっています。どうしてだか分かりますか。