

# Solutions to Quiz 1

$p, q, r$  を命題、 $x, y, z, w$  を  $p, q, r$  の結合命題とする。Let  $p, q$  and  $r$  be statements, and  $x, y, z$  and  $w$  compound statements of  $p, q$  and  $r$ .

1. 下の真理表を完成せよ。Complete the truth table below.

$p$	$q$	$r$	$(p \wedge r) \Rightarrow (q \vee \neg r)$	$(\neg p \vee q) \vee \neg r$	$x$	$y$	$z$	$w$
$T$	$T$	$T$	$T \quad T \quad T \quad F$	$T \quad T \quad F$	$T$	$F$	$F$	$F$
$T$	$T$	$F$	$F \quad T \quad T \quad T$	$T \quad T \quad T$	$T$	$F$	$F$	$F$
$T$	$F$	$T$	$T \quad F \quad F \quad F$	$F \quad F \quad F$	$T$	$F$	$F$	$F$
$T$	$F$	$F$	$F \quad T \quad F \quad T$	$F \quad T \quad T$	$T$	$T$	$F$	$T$
$F$	$T$	$T$	$F \quad T \quad T \quad F$	$T \quad T \quad F$	$T$	$F$	$F$	$T$
$F$	$T$	$F$	$F \quad T \quad T \quad T$	$T \quad T \quad T$	$F$	$F$	$T$	$T$
$F$	$F$	$T$	$F \quad T \quad F \quad F$	$T \quad T \quad F$	$T$	$F$	$F$	$F$
$F$	$F$	$F$	$F \quad T \quad F \quad T$	$T \quad T \quad T$	$T$	$F$	$F$	$F$

2.  $s \equiv (p \wedge r) \Rightarrow (q \vee \neg r)$ ,  $t \equiv (\neg p \vee q) \vee \neg r$ . 正しいものを選べ。Choose the correct one.

- (a)  $s \equiv t$       (b)  $s \equiv \neg t$       (c) どちらでもない。Neither (a) nor (b).

3.  $s \equiv (p \wedge r) \Rightarrow (q \vee \neg r)$  を  $\neg$  と  $\wedge$  と 括弧だけを用いて表せ。Express  $s$  using  $\neg$ ,  $\wedge$  and parentheses only.

**Soln.** Since  $\neg\neg x \equiv x$ ,  $x \Rightarrow y \equiv \neg x \vee y$  and  $x \vee y \equiv \neg(\neg x \wedge \neg y)$ ,

$$s \equiv (p \wedge r) \Rightarrow (q \vee \neg r) \equiv \neg(p \wedge r) \vee (q \vee \neg r) \equiv \neg((p \wedge r) \wedge \neg(q \vee \neg r)) \equiv \neg((p \wedge r) \wedge (\neg q \wedge r)).$$

Other Solution: Using 2,

$$s \equiv (p \wedge r) \Rightarrow (q \vee \neg r) \equiv (\neg p \vee q) \vee \neg r \equiv \neg(p \wedge \neg q) \vee \neg r \equiv \neg((p \wedge \neg q) \wedge r).$$

4. 上の真理表の  $x$  および  $w$  を表す論理式になるように、下の 下線の部分に、 $\neg$ ,  $\wedge$ , または、 $\vee$ を入れよ。空欄となる箇所があるかも知れない。ただし、 $y$  と  $z$  は上の真理表の真理値をもつものとする。(Fill each underlined blank with  $\neg$ ,  $\wedge$  or  $\vee$  to express  $x$  and  $w$  in the truth table above. There may be voids.  $y$  and  $z$  are compound logical statements having truth values written in the table)

$$\begin{aligned} x &\equiv ((\underline{\quad} p) \vee (\underline{\quad} q)) \underline{\vee} (\underline{\quad} r), \\ w &\equiv (y \vee z) \underline{\vee} (((\underline{\quad} p) \wedge (\underline{\quad} q)) \underline{\wedge} (\underline{\quad} r)). \end{aligned}$$