1 Sets and Logic

集合 (Set)： 「もの」の集まり
どんなものをもってきてもよいが、それがその集まりの中にあるかないかがはっきりと定まっているようなものでなければならない。

元、要素 (Element)： 集合 A のなかに入っている個々の「もの」を A の元、要素といい、a が集合 A の元であることを、記号で次のように書く。

$$a \in A \text{ または } A \ni a$$

a は A の属する、a は A に含まれるなどと言う。その否定 (a は A の元ではない) を次のように書く。

$$a \notin A \text{ または } A \not\ni a.$$

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ のように、A を表すのに A の元をすべて列挙する仕方と、$A = \{x \mid x \text{ は } 10 \text{ 以下の素数}\}$ の様に、その元の満たすべき条件を記述する仕方とがある。

部分集合 (Subset)： 集合 A、B において A のすべての元が、B の元であるとき、A は B の部分集合であると言い次のように書く。

$$A \subset B \text{ または } B \supset A.$$

集合の相等 (Equality of Sets)： 二つの集合 A, B において、$A \subset B$ かつ $B \subset A$ が成り立つ時 A と B は相等であると言い $A = B$ と書く。

共通部分 (Intersection)： 二つの集合 A, B において、A と B の両方に共通な元全体の集合を A と B との共通部分といい $A \cap B$ と書く。すなわち、

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ かつ } x \in B\} = \{x \mid x \in A, x \in B\}.$$

和集合 (Union)： 二つの集合 A, B において、A の元と B の元とを全部寄せ集めて得られる集合を A と B との和集合といい $A \cup B$ と書く。すなわち、

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ または } x \in B\}$$

空集合 (Empty Set)： 元を全く含まない集合を空集合といい $\emptyset$ で表す。

差集合 (Difference)： 二つの集合 A, B において、A の元で B の元ではない元全体の集合を A と B との差集合といい、$A \setminus B$ または $A - B$ と書く。すなわち、

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ かつ } x \notin B\}$$

補集合 (Complement)： 全体集合 (U または Ω が良く使われる：(Universal Set)) を一つ定めた時その部分集合 A に対し、A に含まれない要素全体を A^c または $\overline{A}$ で表し、A の補集合と言う。

命題 (Proposition)： 正しい (真 True) か正しくない (偽 False) が明確に区別できる文を命題という。「正しい」を「成り立つ」、「正しくない」を「成り立たない」と考えても良い。

真理値 (Truth Value)： 命題が真であることを「T」、偽であることを「F」で表す。これを命題の真理値という。

否定・論理和・論理積・含意： $\neg p$、$p \vee q$、$p \wedge q$、$p \Rightarrow q$

p	$\neg p$
T	F
F	T

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \Rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	T	F	F
F	T	T	F	T
F	F	F	F	T

全称命題 (Universal Proposition)： 「任意の（すべての）x について命題 $p(x)$ が成り立つ」を全称命題といい $\forall x\, p(x)$ と書く。

存在命題 (Existential Proposition)： 「ある x について命題 $p(x)$ が成り立つ」を存在命題といい $\exists x\, p(x)$ と書く。