

NS I Mathematics
B : Mathematical Methods in Science
自然科学 I 数学
B : 数学の方法

Hiroshi Suzuki
鈴木 寛
Division of Natural Sciences
College of Liberal Arts
International Christian University
国際基督教大学教養学部理学科

October 17, 2003

Contents

1	はじめに	1-1
1.1	ホームページ	1-1
1.2	このコースについて	1-1
2	集合と論理	2-1
2.1	Sets : 集合	2-1
2.2	Logic : 論理	2-1
2.2.1	ブール代数と電子回路	2-4
2.2.2	自然言語と記号論理	2-5
2.2.3	法科大学院適性試験問題	2-6
2.2.4	モンティ・ホール・ジレンマ:	2-9
2.3	集合演算	2-10
3	連立一次方程式	3-1
3.1	連立一次方程式とその解	3-1
3.2	行に関する基本変形	3-1
3.3	既約ガウス行列と基本定理	3-4
3.3.1	定理の証明	3-8

4	行列	4-1
4.1	行列の定義と演算	4-1
4.2	行列の積と連立一次方程式	4-5
4.3	逆行列	4-6
4.4	基本変形と行列	4-9
4.5	連立一次方程式と可逆性	4-11
4.5.1	2 × 2 行列	4-13
4.6	連立一次方程式まとめ	4-15
4.7	オーディオ CD のなかの線形代数	4-16
4.7.1	誤り訂正符号	4-16
4.7.2	Hamming Code:	4-17
4.7.3	Perfect Code:	4-20
4.7.4	携帯電話と球詰め問題:	4-21
5	多項式と多項式関数	5-1
5.1	多項式	5-1
5.2	数学的帰納法	5-2
5.3	差分と多項式関数	5-4
6	極限と関数の連続性	6-1
6.1	数列の極限と級数	6-1
6.2	関数の極限・連続性	6-4
6.3	三角関数	6-6
6.4	指数関数	6-8
7	微分係数と導関数	7-1
7.1	合成関数の微分	7-7
7.2	x^n の微分	7-8
7.3	対数関数の微分	7-9
8	微分の応用：関数とグラフ	8-1
8.1	極限の計算	8-1
8.2	極大・極小	8-3
9	不定積分と定積分	9-1
9.1	原始関数と不定積分	9-1
9.2	不定積分の計算	9-3
9.3	定積分と微積分学の基本定理	9-4
10	For Further Study	10-1

1 はじめに

1.1 ホームページ

- <http://science.icu.ac.jp/~hsuzuki/index-j.html>: 鈴木のホームページ
このページのなかの「教育：主な担当授業：数学の方法」から次のホームページにたどり着きます。
- <http://science.icu.ac.jp/~hsuzuki/class/ns1b/>: 「数学の方法」
- <http://w3.icu.ac.jp> の中のシラバスからもリンクが張っております。

これ以外に、他の一般教育科目の数学の授業のホームページとして下記の場所も参考にしてください。

<http://science.icu.ac.jp/~hsuzuki/class/ns1/ns1-j.html>: 「数学の構造」

この授業の主要部分は集合と論理・線形代数・微分積分です。これらについての理学科の科目の講義内容に興味がある方は以下のホームページを参考にしてください。

<http://science.icu.ac.jp/~hsuzuki/class/bcmm1/>: 「数学通論 I」

<http://science.icu.ac.jp/~hsuzuki/class/linear1/>: 「線形代数学 I」

<http://science.icu.ac.jp/~hsuzuki/class/calculus1/index-j.html>: 「微分積分学 I」

1.2 このコースについて

最近（2000年度）まで私は、組合せ論などをテーマに、数学を純粋に楽しむ講義を一般教育科目として教えてきました。楽しむといっても、論証を大切にして、毎週行なわれる小テストでは、受講生に証明を書いてもらい、採点して返すといったことをしてきました。これは、なかなか楽しい授業で、数学の世界が広がったとか、純粋に楽しむことができたなどと、コメントを学生からもらいました。（「数学の構造」ホームページ内の「期末試験における学生からのコメント」など参照。）大学の一般教育科目の授業として、このような授業は大切だと思っています。特に、数学離れ、理科離れなど、高校数学などを楽しめなかった、しかし優秀な学生さんたちにとって、数学の世界の広がりや、かつ、論理的思考を通して、数学を学ぶ意義をもう一度、問い直すことは重要だと思うからです。

しかし、大学での一般教育科目または自然科学系以外の学生向けの数学として果たしてこれだけで良いのかと疑問を常に持っていました。線形代数や、微分積分といった数学においても基礎的な学問は、数学のみに限らず、自然科学を学ぶ時の必須の数学的手段（道具）であるだけでなく、社会科学を学ぶ時にも、さらに広く政治・経済・企業経営などの実務の面においても必要不可欠な道具であり、数学を利用することにより広がる世界がたくさんあることは、周知の通りです。世界広しと言えども、数学の試験なしに大学で学ぶ機会を与えられるのは、日本以外ではほんのいくつかの国のごく少数の分野に限られることは、上記の事実の受け止め方が日本では異常な状態にあることを示していると思います。ものを合理的・科学的に考えようとする場合には、数学あるいは、数学的な考え方を避けて通ることは、あり得ないことであり、また、数式による表現を避けて通ることは、言葉なしにコミュニケーションを計るようなものです。もちろんそれもある

程度は可能です。しかし、今の、理系、文系にわけての教育、それも、高校2年からは、ほとんど数学を勉強しない学生は、自らの学習の道を大幅に狭くしてしまっていると思います。もちろんその責任は、学生にあるのではなく、そのような受験制度にした大学、教育機関の当事者（教員および大学などの行政者）、そして教育行政機関および政府です。難しいこと、即効性のないことはいろいろと理由をつけて、避けて通ろうとするが、それでいて、夢中になるのは、役に立たないことばかりという人間のおもしろさと悲しい現実も背景にあります。しかし、責任を問うばかりではなく、本学のような教養学部教育の大学でまず数学、そして自然科学を積極的にすべての学生が学ぶことが最初ではないかと思います。理学科ではないから、数学は必要ないなどと言う学生がいるとしたら、本当に残念なことです。

この授業では、高校教育の現状も踏まえ、高校で勉強することも丁寧に復習し補いながら学んでいきたいと思っています。社会科学で数学に出会う時、積極的に学べるよう、また、理学科の自然科学の科目を学ぶ時に、数式で違和感を感じないように、さらに、必要に応じてまたは、自発的に理学科の基礎科目の数学を履修する時の助けとなるような、一つのステップを提供することが大事なのではないかと思いこのコースを作りました。

内容は、集合と論理、線形代数と、微分積分にしました。数学を道具としてまた、自然科学や社会科学のある部分を記述する言葉として数学を考えた時、基本となるものの代表が、これらだからです。一学期間ですから、網羅的にまたこれらを修得するというレベルに達することを目的にしています。まず数学をするときに基本的なこととして、集合と論理について簡単に見てから、線形代数や、微分積分の考え方、そして基本的ないくつかの項目について学ぶことができればと思っています。これは、大学での学習において数学を学んでいく、数学を用いていく最初のステップです。もしくは入口と言った方が良くも知れませんが、これを機会に次のステップへと進んで下がることを期待しています。

奇異に聞こえるかも知れませんが、なるべく高校で勉強するものは内容から減らし、高校で3年間数学を勉強した人も、大学ではじめて勉強することを中心にしました。高校の勉強を主とすると、どうしても、高校で十分な時間を費やした人とそうでない人に大きな差が出てしまったり、高校で十分勉強した人には面白くなかったりするからです。最低限必要なことは、高校で勉強することを確認していきますが、高校の問題が解けるようになるようなことを中心には据えていません。でも、高校の時、やり方は分かっていたけれど、なぜそうするのか良く分からなかった、というようなことについても、理解できればと思っています。

線形代数と微分積分の数学的内容は大体、理学科の線形代数学 I と、微分積分学 I または、初等微分積分に含まれるものです。授業自体は大分違った雰囲気になるとと思いますが、数学の内容に確興味のある人は、私のホームページに、これらの科目についても詳しい内容が書いてありますから、是非見てみて下さい。数学の魅力の一つは深く学べば学ぶほど美しさがきわだって見えてくることです。

受講の動機もまちまちな皆さんとこのクラスで、上で述べたようなだいそれたことができるのか、私も正直不安がありますが、コミュニケーションをとりながら大学の一般教育科目での数学について一緒に考えることができればと思っています。

最後に一言。線形代数や、微分積分に対応する下記の理学科の科目は、2001年度から社会科学のすべておよび国際関係学科の一部の専修分野で、専門科目として認められるようになったことをお伝えしておきます。

線形代数学 I-II-III、初等微分積分、微分積分学 I-II-III、解析学概論 I-II